

Eldar Bogdanov Mini-Contest 1

For all problems

Time Limit (per testcase): 1 sec.

Memory Limit (per testcase): 256 MB

Задача А. Арифметическая прогрессия

Сегодня Гиоргию на уроке математики объяснили арифметические прогрессии. А на уроке информатики учитель предложил детям написать программу, которая будет генерировать случайным образом арифметическую прогрессию из 3 целых членов.

Гиоргий решил выполнить задание ещё лучше и написал программу, которая просит пользователя ввести число N , а затем генерирует случайную арифметическую прогрессию из 3 различных целых членов, каждый из которых находится в диапазоне $[1, N]$. Для этого он использует следующий итерационный алгоритм:

- 1) Генерирует 3 случайных различных целых числа из $[1, N]$ таким образом, что вероятности генерации любой тройки различных чисел равны.
- 2) Упорядочивает полученные числа.
- 3) Если разница между первым и вторым числом равна разнице между вторым и третьим, алгоритм заканчивает работу.
- 4) Возвращается к шагу 1. Каждая следующая генерация происходит независимо.

Учителю не понравился алгоритм Гиоргия, потому что он может делать слишком много итераций перед нахождением результата. Чтобы объяснить Гиоргию, насколько это плохо, он решил посчитать для любого N среднее количество итераций, которое произведёт программа для нахождения результата.

Представьте себя на месте этого учителя и посчитайте для данного N ожидаемое количество итераций программы. Вынесите результат в виде несократимой дроби в формате « p/q », где p – знаменатель дроби, а q – её числитель.

Ограничения:

$$3 \leq N \leq 1,000,000,000$$

Формат входных данных:

Единственная строка содержит число N .

Формат выходных данных:

Несократимая дробь в формате « p/q ».

Пример входных данных:

4

Пример выходных данных:

2/1

Пояснение:

На каждой итерации программа Гиоргия может сгенерировать одну из следующих четырех троек чисел: (1,2,3), (1,2,4), (1,3,4) и (2,3,4), каждую с вероятностью $\frac{1}{4}$. Очевидно, что арифметическую прогрессию составляют только первая и четвёртая.



Задача В. Драконы

Когда-то давным-давно было одно королевство, которое охраняли драконы. Как известно, драконы – существа бессмертные, более того, с возрастом они становятся всё сильнее и сильнее. Ежегодно для пограничной службы вызывают двух совершеннолетних драконов, которые никогда до этого не служили. Естественно, что эти два дракона должны быть как можно более сильными на тот момент. При рождении дракона его сила выражается неким натуральным числом, которое ежегодно увеличивается на 1.

Мы будем рассматривать историю королевства за N лет. Для каждого года дано количество драконов, достигших совершеннолетия, и их силы на тот момент. Требуется определить, чему равна сумма сил драконов, отслуживших за эти N лет.



Ограничения:

Количество драконов, достигших совершеннолетия за данные N лет, не более 100,000.

Ежегодно найдётся по крайней мере 2 ещё не служивших дракона.

Сила каждого дракона на момент совершеннолетия не превосходит 1,000,000.

Формат входных данных:

Первая строка содержит число N .

i -ая из следующих N строк содержит число $K[i]$ – количество драконов, достигших совершеннолетия в i -ый год, и далее $K[i]$ чисел – силы этих драконов.

Формат выходных данных:

Одно целое число – ответ задачи.

Пример входных данных:

```
3
4 5 6 7 3
2 10 4
2 50 60
```

Пример выходных данных:

```
139
```

Пояснение:

В первый год служат драконы с силами 6 и 7, во второй – с силой 10 и усилившийся после первого года дракон с силой 6, а в третий – драконы с силами 50 и 60.

Задача С. Котёл

Стелла – злая ведьма. У неё есть котел с магической силой P , а также N снадобий, i -тое из которых характеризуется магической силой $S[i]$. Отдельно эти снадобья нестабильны, и Стелла собирает их смешать в котле. Порядок перемешивания очень важен: если магическая сила смеси, находящейся на данный момент в котле, равна A , и туда наливают снадобье с магической силой B , в котле получается новая смесь с магической силой $A^B + B$ (^ - операция возведения в степень). Когда Стелла перемешивает все снадобья, полученная смесь стабилизируется и её итоговая магическая сила будет $A \% P$ (% - операция взятия остатка от деления). Перед началом смешивания в котле есть только вода, магическая сила которой равна 0.

Вашей задачей является определить максимальную возможную магическую силу смеси после того, как она стабилизируется, если Стелла произведет перемешивание в оптимальном порядке. Каждое снадобье должно быть использовано ровно один раз.

Ограничения:

$$1 \leq N \leq 16$$

$$1 < P \leq 100$$

Каждое из $S[i]$ удовлетворяет $1 \leq S[i] \leq 1,000,000,000$

Формат входных данных:

Первая строка содержит числа N и P .

Каждая из следующих строк содержит одно целое число – магическую силу снадобья.

Формат вывода:

Единственное число – максимально возможная сила смеси после стабилизации.

Пример входных данных:

```
3 10
2
4
5
```

Пример выходных данных:

```
5
```

Пояснение:

Всего 6 возможных вариантов:

1) Сначала залить снадобье с силой 2, затем 4 и затем 5. Получаем сначала 2, потом $2^4 + 4 = 20$ и в конце $20^5 + 5 = 3200005 \% 10 = 5$.

2) 254: 2 -> 37 -> $1874165 \% 10 = 5$

3) 425: 4 -> 18 -> $1889573 \% 10 = 3$

4) 452: 4 -> 1029 -> $1058843 \% 10 = 3$

5) 524: 5 -> 27 -> $531445 \% 10 = 5$

6) 542: 5 -> 629 -> $395643 \% 10 = 3$



Задача D. Однажды в Китае



Скоро увидит свет новая компьютерная игра «Однажды в Китае». Игра заключается примерно в следующем: некий тип овладевает искусством кунг-фу и начинает обходить разные бандитские логова, где он избивает плохишей и попутно забирает у них награбленные деньги. Уровень владения кунг-фу выражается неким неотрицательным рациональным числом.

Всего в игре N бандитских логовов. i -тое логово имеет три показателя: Q_i , S_i и M_i . Число Q_i указывает минимальное владение кунг-фу, которое должно быть у типа, чтобы он смог ограбить бандитов в логове i . Если его владение кунг-фу менее Q_i , ему туда лучше не соваться. S_i – это сумма (в юанях), которую сможет забрать тип из i -ого логова, если его владение кунг-фу Q_i . Если же его кунг-фу лучше, то он может выбить у бандитов и побольше денег. А конкретно, если владение кунг-фу (обозначим его K) в диапазоне от Q_i до $Q_i * M_i$, тип заберёт у бандитов сумму $S_i * \frac{K}{Q_i}$. Если владение кунг-фу превосходит $Q_i * M_i$, тип заберёт ровно $S_i * M_i$, потому что больше оттуда забирать нечего.

Звучит всё просто, но есть один подвох. Кунг-фу тип должен обучаться у мастера Шифу, который за каждый час тренировки берёт 1 юань. А как известно, чем выше уровень ученика, тем дольше ему надо заниматься для повышения квалификации. Чтобы повысить уровень от X_1 до X_2 , типу нужно $A * (X_2^2 - X_1^2)$ часов. Мастер Шифу может проводить тренировки любой длительности и хочет, чтобы ему платили точно, но он может обучать в кредит, чтобы тип вернул ему деньги после применения своих навыков.

Учитывая, что в начале игры тип не владеет кунг-фу (т.е. его уровень 0) и его баланс на нуле, найдите максимально возможную прибыль (т.е. разницу между отбитыми у бандитов средствами и потраченной на тренировки суммой), которую он может получить.

Ограничения:

$$1 \leq N \leq 10000$$

$0 \leq A \leq 10$, число дано не более чем с 3 знаками после запятой.

$$1 \leq Q_i, S_i \leq 1000$$

$$1 \leq M_i \leq 10$$

Числа M_i , S_i и Q_i – целые.

Формат входных данных:

Первая строка содержит числа N и A .

Каждая из следующих N строк содержит числа Q_i , S_i и M_i .

Формат выходных данных:

Одно число - максимальная прибыль типа. Ваш ответ должен отличаться от правильного не более, чем на 0.000001 ($1e-6$).

Пример входных данных:

1 0.15

5 10 3

Пример выходных данных:

6.6666666667

Пояснение:

Если тип сначала доучится до уровня б.(б), а потом ограбит единственное бандитское логово, то он получит максимальную прибыль, опять-таки б.(б) юань.

Задача Е. Шоколадная Фабрика

У Вилли Вонка есть шоколадная фабрика, которая производит множество разных сладостей. Иногда Вилли Вонка раздаёт сладости бесплатно. Перед фабрикой выстраивается длинный ряд детишек и каждому что-нибудь вручают.

Скоро наступит очередной из таких довольно редких случаев. На этот раз было решено раздавать конфеты. Фабрика производит N различных видов конфет. Вилли Вонка собирается отдать каждому из детей набор из $N-1$ штук различных конфет. Беда только в том, что количества конфет разных видов могут различаться, и становится трудно подсчитать, скольким детям достанется подарок при такой схеме в наилучшем случае. Вот это вам и придётся сделать.



Ограничения:

$$2 \leq N \leq 10000$$

Количество конфет одного типа будет в диапазоне от 1 до 500,000,000, включительно.

Формат входных данных:

Первая строка содержит число N – количество различных видов конфет.

i -ая из следующих N строк содержит одно число – количество конфет i -ого типа.

Формат вывода:

Единственное число – максимальное количество комплектов из $N-1$ конфет, которое можно получить, если распределять конфеты оптимально.

Пример входных данных:

```
3
10
13
4
```

Пример выходных данных:

```
13
```

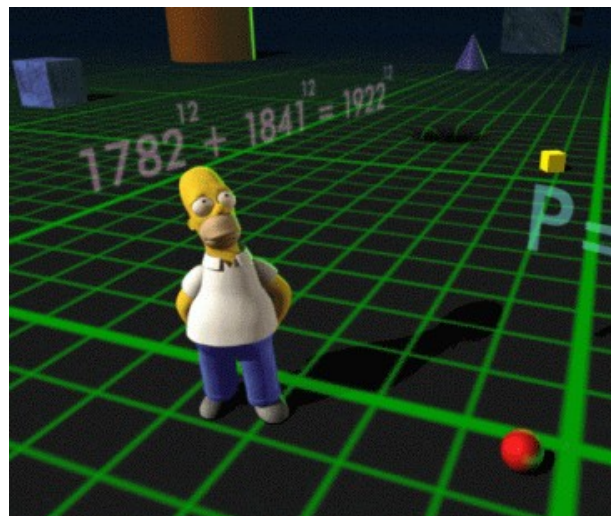
Пояснение:

Пронумеруем конфеты, начиная с 0. Можно сделать 10 комплектов (0,1) и 3 комплекта (1,2).

Задача F. Многомерная решетка

Известно, что на прямой точка определяется одной координатой, на плоскости – двумя, а в общем случае в K -мерном пространстве точка имеет K координат.

K -мерная решетка – это бесконечная фигура в K -мерном пространстве. Её вершины находятся во всех точках этого пространства с целочисленными координатами. Ребра фигуры соединяют те и только те вершины, которые различаются ровно в одной координате ровно на одну единицу. Например, в 4-мерном пространстве между точками $(2,6,1,3)$ и $(2,5,1,3)$ ребро есть, а между точками $(1,2,4,5)$ и $(1,2,5,4)$ – нет. Расстояние между двумя точками на K -мерной решетке – это наименьшее количество ребер, которое надо пройти, чтобы попасть из одной вершины в другую.



Задан некоторый список из N вершин K -мерной решетки. Найдите среди них такую, суммарное расстояние от которой до всех остальных вершин минимально среди всех суммарных расстояний.

Ограничения:

$1 \leq N \leq 15000$

$1 \leq K \leq 10$

Каждая координата для каждой из вершин находится в диапазоне $[1, 10^6]$.

Формат входных данных:

Первая строка содержит N и K .

Каждая из следующих N строк содержит по K чисел – координаты одной из точек на K -мерной решетке.

Формат вывода:

Единственное число – минимальное суммарное расстояние на K -мерной решетке от одной вершины до всех остальных.

Пример входных данных:

```
7 2
2 3
3 2
3 5
6 9
10 2
12 3
5 10
```

Пример выходных данных:

```
41
```

Пояснение:

Точка $(3,5)$ – наилучший выбор.

Фрагмент 2-мерной решетки
из примера входных данных

